

## فصل ۷

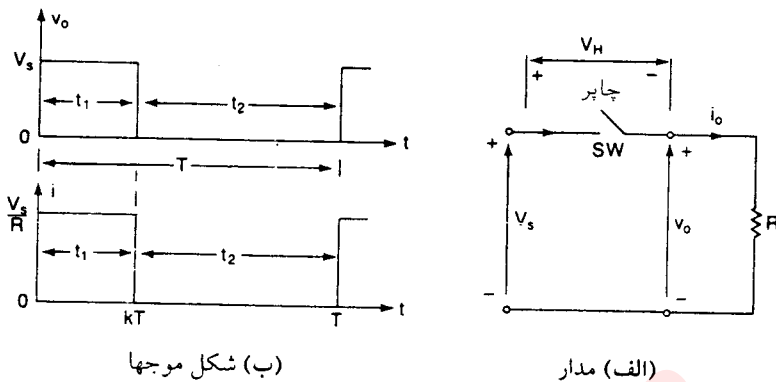
### چاپرها (برش دهنده‌ها)

#### ۷-۱ مقدمه

در بسیاری از کاربردهای صنعتی، لازم است که ولتاژ ثابت dc به ولتاژ متغیر dc تبدیل گردد. یک چاپر (برش دهنده یا برشگر)<sup>۱</sup> dc مستقیماً این عمل را انجام می‌دهد و همچنین به آن مبدل dc-dc گفته می‌شود. چاپر در حقیقت معادل dc یک ترانسفورماتور ac با نسبت دور متغیر است. بنابراین نظیر یک ترانسفورماتور، قادر است ولتاژ dc را کاهش یا افزایش دهد. از چاپرها بطور وسیع برای کنترل موتورهای حمل و نقل در اتوبوسهای برقی، بالابرها، جرثقیل‌ها و غیره استفاده می‌شود. چاپرها کنترل ملایم شتاب، بازده بالا و پاسخ دینامیکی سریع را فراهم می‌نمایند. از چاپرها همچنین می‌توان برای ترمز احیایی (مولدی)<sup>۲</sup> موتورهای dc استفاده کرد تا انرژی به سیستم تغذیه برگشت داده شود و بنابراین این مساله در سیستم حمل و نقل در توقف‌ها منجر به صرفه‌جویی در انرژی می‌گردد. چاپرها همچنین در رگولاتورهای ولتاژ dc مورد استفاده قرار می‌گیرند.

#### ۷-۲ اصول کار چاپر کاهنده<sup>۳</sup>

اصول کار این نوع چاپر را می‌توان با مراجعه به شکل ۷-۱ الف تشریح کرد. وقتی کلید SW برای مدت  $t_1$  بسته می‌شود، ولتاژ ورودی  $V_s$  در دو سر بار ظاهر می‌شود. اگر کلید برای مدت  $t_2$  قطع باشد، ولتاژ در دو سر بار صفر خواهد بود. شکل موجهای ولتاژ و جریان بار در شکل ۷-۱ ب نشان داده شده است. بجای کلید SW می‌توان از BJT قدرت، MOSFET قدرت، GTO یا از تریستور با کموتاسیون اجباری استفاده کرد. در عمل این سوئیچ‌ها منجر به افت ولتی در حدود ۵٪ الی ۲۷٪ می‌شوند، لیکن برای سهولت از افت ولت وسایل نیمه هادی صرف‌نظر می‌شود.



شکل ۱-۷ چاپر کاهنده با بار اهمی

مقدار متوسط ولتاژ خروجی از رابطه زیر بدست می آید

$$V_a = \frac{1}{T} \int_0^{t_1} v_o dt = \frac{t_1}{T} V_s = F t_1 V_s = K V_s \quad (1-7)$$

و مقدار متوسط جریان بار برابر است با  $I_o = V_o/R = K V_s/R$  که در آن  $T$  پریود برش دادن<sup>۱</sup> است و  $K = t_1/T$  سیکل کارچاپر<sup>۲</sup> و  $F$  فرکانس برش دادن<sup>۳</sup> است. مقدار rms ولتاژ خروجی از رابطه زیر بدست می آید.

$$V_o = \left[ \frac{1}{T} \int_0^{t_1} v_o^2 dt \right]^{\frac{1}{2}} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^{KT} v_o^2 dt \right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{K} V_s \quad (2-7)$$

اگر از تلفات چاپر صرف نظر شود، توان خروجی با توان ورودی برابر است و از رابطه زیر بدست می آید.

$$P_i = \frac{1}{T} \int_0^{KT} v_o i dt = \frac{1}{T} \int_0^{KT} \frac{v_o^2}{R} dt = K \frac{V_s^2}{R} \quad (3-7)$$

1- Chopping period

2- Duty cycle

3- Chopping frequency

مقاومت موثر ورودی که توسط منبع دیده می شود برابر است با

$$R_i = \frac{V_s}{I_o} = \frac{V_s}{KV_s/R} = \frac{R}{K} \quad (4-7)$$

سیکل کار K می تواند به کمک  $t_1$  یا F از ۰ تا ۱ تغییر نماید. بنابراین به وسیله کنترل کردن K، ولتاژ خروجی می تواند از ۰ تا  $V_s$  تغییر نماید و در نتیجه توان عبوری نیز می تواند کنترل شود.

۱ - عملکرد با فرکانس ثابت. در این نوع عملکرد، فرکانس برش دادن F (یا پریود برش دادن T) ثابت نگاه داشته می شود و زمان وصل  $t_1$  تغییر می نماید. در حقیقت پهنای پالس تغییر می کند و این نوع کنترل، به مدولاسیون پهنای پالس (PWM)<sup>۱</sup> معروف است.

۲ - عملکرد با فرکانس متغیر. در این نوع عملکرد، فرکانس برش دادن F تغییر می کند. یعنی اینکه یا زمان وصل  $t_1$  و یا زمان قطع  $t_2$  ثابت نگاه داشته می شود. این نوع کنترل، به مدولاسیون فرکانس موسوم است. بایستی فرکانس در محدوده وسیعی تغییر نماید تا ولتاژ خروجی کامل بدست آید. این نوع کنترل منجر به تولید هارمونیک در فرکانسهای غیرقابل پیش بینی می گردد که طراحی فیلتر را مشکل می نماید.

### ۳-۷ اصول کار چاپر افزایشده<sup>۴</sup>

جهت افزایش ولتاژ dc می توان از یک چاپر افزایشده مطابق آنچه که در شکل ۲-۷ الف نشان داده شده است، استفاده کرد. هنگامی که کلید SW برای مدت زمان  $t_1$  بسته می شود، جریان اندوکتانس افزایش می یابد و انرژی در آن ذخیره می شود. اگر کلید برای مدت زمان  $t_2$  باز شود، انرژی ذخیره شده از طریق دیود  $D_1$  به بار انتقال می یابد و جریان اندوکتانس کاهش می یابد. با فرض پیوسته بودن جریان، شکل موج مربوط به جریان درون اندوکتانس در شکل ۲-۷ ب نشان داده شده است.

وقتی چاپر وصل می شود، ولتاژ دو سر اندوکتانس برابر خواهد بود با

$$v_L = L \frac{di}{dt}$$

و در نتیجه جریان عبوری از اندوکتانس دارای ریپل با مقدار پیک تا پیک زیر خواهد بود:

$$\Delta I = \frac{V_s}{L} t_1 \quad (5-7)$$

در مدت قطع چارپ مقدار لحظه‌ای ولتاژ خروجی برابر است با

$$v_o = V_s + L \frac{\Delta I}{t_r} = V_s \left(1 + \frac{t_1}{t_r}\right) = V_s \left(\frac{1}{1-K}\right) \quad (6-7)$$

که در بدست آوردن رابطه آخر در معادله فوق از رابطه  $K = t_1/T = t_1/(t_1 + t_r)$  استفاده شده است. چنانچه یک خازن  $C_L$  مطابق شکل به دوسریار متصل شود، (که در شکل بصورت خط چین نشان داده شده است)، ولتاژ خروجی  $v_o$  پیوسته خواهد شد و دارای مقدار متوسط  $V_a$  است. از معادله (6-7) بر می آید که با تغییر دادن سیکل کار  $K$ ، می توان ولتاژ دو سربار را افزایش داد و حداقل ولتاژ که  $K=0$  بدست می آید که برابر  $V_s$  است. البته چارپ نمی تواند بطور دائم سوئیچ گردد طوری که  $K=1$  باشد. برای مقادیر  $K$  که نزدیک به واحد باشد، ولتاژ خروجی خیلی زیاد و فوق العاده نسبت به تغییرات  $K$  حساس می شود همانطوریکه در شکل ۷-۲ پ نشان داده شده است.

از این عملکرد می توان جهت انتقال انرژی از یک منبع ولتاژ به منبع دیگر، مطابق شکل ۷-۳ الف استفاده نمود. مدار معادل آن برای مدهای عملکرد در شکل ۷-۳ ب نشان داده شده است و شکل موجهای جریان در شکل ۷-۳ پ نشان داده شده است. جریان اندوکتانس در مُد ۱ بوسیله رابطه زیر بدست می آید،

$$V_s = L \frac{di_1}{dt}$$

$$i_1(t) = \frac{V_s}{L} t + I_1 \quad (7-7)$$

و به فرم زیر بیان می شود. که در آن  $I_1$  جریان اولیه برای مُد ۱ است. در خلال مُد ۱، بایستی جریان افزایش یابد و شرایط لازم چنین است،

$$\frac{di_1}{dt} > 0 \quad \text{یا} \quad V_s > 0 \quad (8-7)$$

جریان برای مُد ۲ از رابطه زیر بدست می آید،

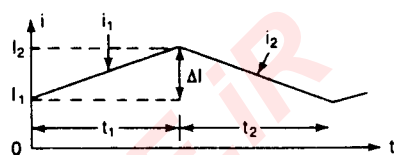
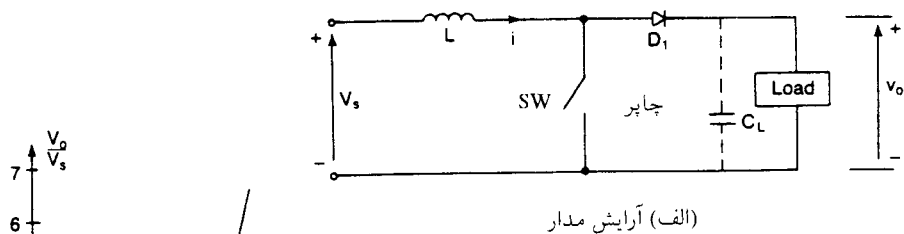
$$V_s = L \frac{di_r}{dt} + E$$

$$i_r(t) = \frac{V_s - E}{L} t + I_r \quad (9-7)$$

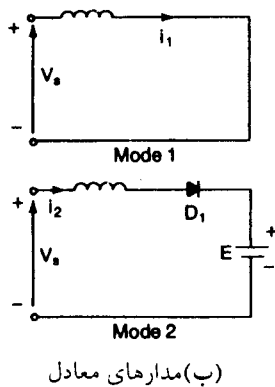
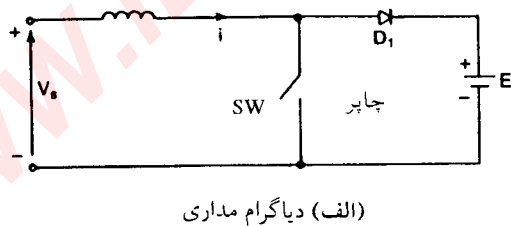
که بصورت زیر بیان می شود

که در آن  $I_r$  جریان اولیه برای مُد ۲ می باشد. برای یک سیستم پایدار، بایستی این جریان کاهش یابد و شرایط به قرار زیر خواهد بود.

$$\frac{di_r}{dt} < 0 \quad \text{یا} \quad V_s < E \quad (10-7)$$



شکل ۷-۲ عملکرد چاپر افزاینده



شکل ۷-۳ انتقال انرژی از منبعی به منبعی دیگر

چنانچه شرایط معادله (۷-۱۰) برآورده نشود، جریان اندوکتانس بطور پیوسته افزایش می‌یابد و وضعیت ناپایدار رخ خواهد داد. بنابراین بایستی بین ولتاژها شرایط زیر برقرار باشد.

$$0 < V_s < E \quad (7-11)$$

معادله (۷-۱۱) نشان می‌دهد که بایستی منبع ولتاژ  $V_s$  کوچکتر از ولتاژ  $E$  باشد، تا انتقال توان از یک منبع ثابت (یا متغیر) به یک منبع ولتاژ ثابت  $dc$  میسر گردد. در ترمز الکتریکی موتورهای  $dc$ ، که در آنها موتورهای بصورت ژنراتورهای  $dc$  عمل می‌کنند، چارپ توان را به منبع ثابت  $dc$  یا یک رتوستا انتقال می‌دهد. از آنجائی که وسایل نیمه‌هادی قدرت به یک زمان حداقل برای قطع و وصل نیاز دارند، سیکل کار  $K$ ، می‌تواند بین یک مقدار حداقل  $K_{min}$  و یک مقدار حداکثر  $K_{max}$  کنترل گردد و در نتیجه ولتاژ خروجی بین دو مقدار (حداکثر و حداقل) محدود می‌گردد. همچنین با توجه به اینکه ریپل موجود در جریان بار با فرکانس برش دادن نسبت معکوس دارد، بایستی فرکانس تا حد ممکن زیاد باشد تا ریپل جریان کاهش یابد و اندازه اندوکتانس سری قراردادده شده در مدار بار، حداقل گردد.

شکل ۷-۴ الف مدار اصلی چارپ را نشان می‌دهد که یک بار اندوکتیو را تغذیه می‌نماید. مقدار متوسط ولتاژ برابر است با

$$V_L = V_s t_1 / T \quad (7-12)$$

و مقدار  $rms$  ولتاژ بار برابر است با

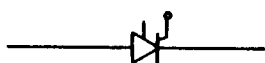
$$V_{L,rms} = V_s \sqrt{t_1 / T} \quad (7-13)$$

مقدار اندوکتانس بار و سرعت سوئیچینگ طوری است که جریان بار پیوسته است و شکل موجهای ولتاژ و جریان به ترتیب در شکلهای ۷-۴ ب و ۷-۴ پ نشان داده شده است. اگر پریود  $T$  خیلی کوچکتر از ثابت زمانی بار باشد و یا اینکه از یک خازن صافی استفاده شود، تغییرات جریان بار را می‌توان خطی در نظر گرفت. بنابراین در خلال هدایت داریم،

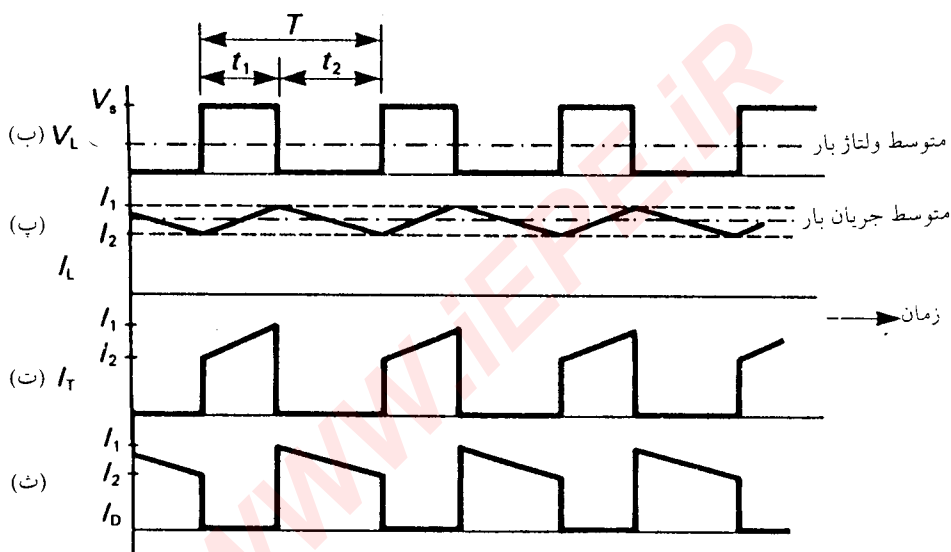
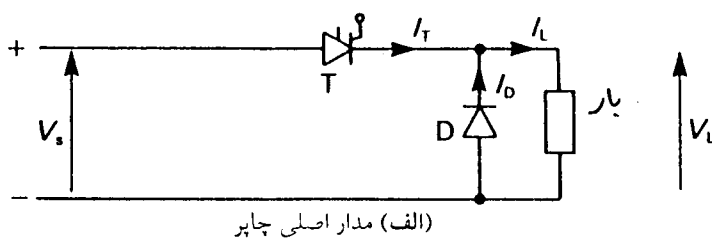
$$V_s - V_L = L di/dt = L \Delta i / \Delta t \quad (7-14)$$

که در آن  $L$  اندوکتانس بار می‌باشد

$$I_1 - I_2 = (V_s - V_L) t_1 / L \quad (7-15)$$



علامت اختصاری تریستور با کموتاسیون اجباری



شکل ۷-۴ عملکرد مدار اصلی چاپر در شرایطی که  $T$  خیلی کوچکتر از ثابت زمانی است و یا صافی در مدار وجود دارد

همچنین

$$I_{\text{متوسط}} = (I_1 + I_T)/2 \quad (۷-۱۶)$$

و در نتیجه

$$I_1 = I_{\text{متوسط}} + t_1 V_L / (2L) \quad (۷-۱۷)$$

و

$$I_T = I_{\text{متوسط}} - t_1 V_L / (2L) \quad (۷-۱۸)$$

بنابراین جریان ریپل را می‌توان بصورت زیر بیان کرد.

$$i_r = I_r \left( \frac{t}{t_1} - \frac{1}{\gamma} \right) \quad \text{برای} \quad 0 < t < t_1 \quad (۱۹-۷)$$

$$i_r = I_r \left( \frac{1}{\gamma} - \frac{(t-t_1)}{t_1} \right) \quad \text{برای} \quad t_1 < t < T \quad (۲۰-۷)$$

که در آنها  $I_r$  دامنه پیک تا پیک جریان است و برابر است با

$$I_r = (I_1 - I_2)$$

بنابراین مقدار rms ریپل جریان برابر است با

$$I_{r,rms} = \left\{ \frac{1}{T} \left[ \int_0^{t_1} I_r^2 \left( \frac{t}{t_1} - \frac{1}{\gamma} \right)^2 dt + \int_{t_1}^T I_r^2 \left( \frac{1}{\gamma} - \frac{(t-t_1)}{t_1} \right)^2 dt \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= (I_1 - I_2) / \sqrt{3} \quad (۲۱-۷)$$

اگر پریود  $T$  در حدود ثابت زمانی سیستم باشد در غیاب صافی، نمی‌توان تغییرات جریان را خطی در نظر گرفت. با مراجعه به شکل ۷-۵ در خلال هدایت داریم

$$i_L = I_2 + \left( \frac{V_s}{R} - I_2 \right) \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) \quad (۲۲-۷)$$

و وقتی منبع تغذیه قطع است داریم

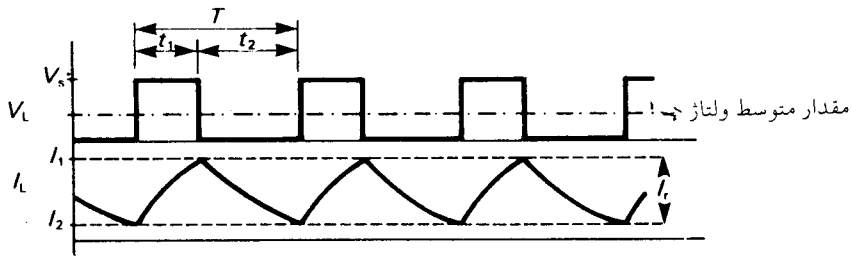
$$i_L = I_1 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (۲۳-۷)$$

با افزایش بیشتر  $T$  جریان ناپیوسته می‌شود.

#### مثال ۷-۱

یک چارپا dc ساده در فرکانس ۲kHz کار می‌کند و از یک منبع dc، ۹۶V بار با مقاومت اهمی ۸۵Ω را تغذیه می‌نماید. ثابت زمانی بار ۶ms است. اگر مقدار متوسط ولتاژ بار ۵۷/۶V باشد، سیکل کارچاپر، مقدار متوسط جریان بار، دامنه و rms ریپل جریان را حساب کنید.





شکل ۵-۷ عملکرد مدار اصلی چارپ در شرایطی که  $T$  در حدود ثابت زمانی است و صافی وجود ندارد

حل -

$$\text{پریود } T = 1/F = 1/20000 = 0.5 \text{ ms}$$

$$\text{ثابت زمانی بار} = 6 \text{ ms} = 12T$$

چون  $T$  خیلی کوچکتر از ثابت زمانی است بنابراین می توان تغییرات جریان را خطی در نظر گرفت. از معادله (۱۲-۷) داریم

$$V_L = 57/6 = 961_1/T \rightarrow t_1 = 0.3 \text{ ms}$$

$$K = t_1/T = 0.3/0.5 = 0.6$$

از معادله (۱۳-۷) داریم

$$V_{L,rms} = 96(0.3/0.5)^{\frac{1}{2}} = 74/36 \text{ V}$$

مقدار متوسط جریان بار برابر است با

$$57/6/8 = 7/2 \text{ A}$$

از معادله (۱۴-۷) ریپل جریان بدست می آید،

$$\Delta i = (V_s - V_L) \Delta t/L$$

$$\text{ثابت زمانی بار} = L/R \rightarrow L = 6 \times 10^{-3} \times 8 = 48 \text{ mH}$$

$$\Delta i = (96 - 57/6) \times 0.3 \times 10^{-3} / 48 \times 10^{-3} = 0.24 \text{ A}$$

از معادله (۱۷-۷) داریم

$$I_1 = 7/2 + 57/6 \times 0.2 \times 10^{-3} / (2 \times 48 \times 10^{-3}) = 7/32 \text{ A}$$

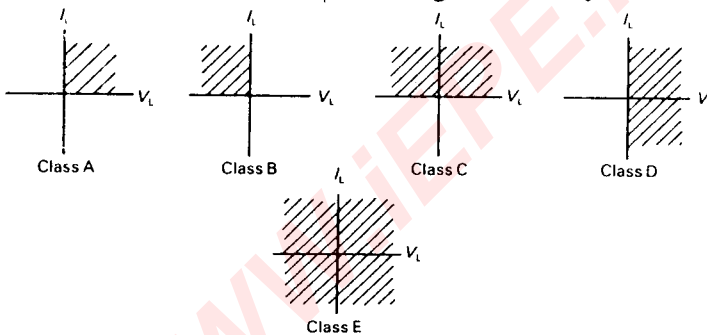
$$I_2 = 7/0.8 \text{ A}$$

از معادله (۷-۲۱) مقدار rms جریان محاسبه می شود،

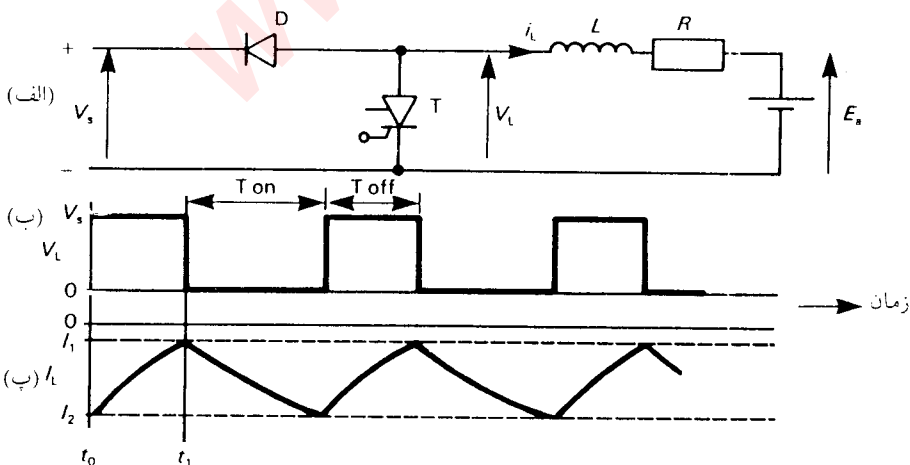
$$I_{rms} = 0.24 / \sqrt{3} = 0.0693 \text{ A}$$

در این مدار ساده توان فقط از منبع تغذیه به طرف بار جاری می شود و به آن چاپرکلاس A و یا چاپر یک ربعی اطلاق می شود زیرا مطابق شکل ۷-۶ فقط در یک ربع دیاگرام  $i_L - v_L$  کار می کند. سایر چاپرها که قادرند در یک ربع، دو ربع و یا چهار ربع کار کنند مطابق شکل ۷-۶ طبقه بندی می شوند.

یک چاپر افزاینده کلاس B در شکل ۷-۷ الف، نشان داده شده است. با روشن کردن تریتور T، نیروی محرکه  $E_s$  جریانی را از اندوکتانس L عبور می دهد. وقتی که تریتور T با کموتاسیون قطع می شود، بخشی از انرژی ذخیره شده در L از طریق دیود D به منبع برمی گردد. در فاصله  $0 < t_1 < \infty$ ، دیود D هدایت می کند و داریم



شکل ۷-۶ طبقه بندی چاپرها



شکل ۷-۷ چاپر کلاس B

$$\frac{di_L}{dt} + \frac{R}{L} i_L = \frac{V_L - E_a}{L} \quad (۷-۲۴)$$

و برای شرایط اولیه شکل های ۷-۷ ب و ۷-۷ پ داریم،

$$i_L = \frac{V - E_a}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) + I_1 e^{-\frac{R}{L}t} \quad (۷-۲۵)$$

هنگامی که T آتش می شود،

$$\frac{di_L}{dt} + \frac{R}{L} i_L = -\frac{E_a}{L}$$

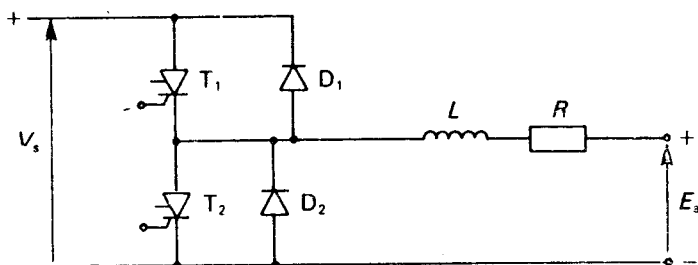
بنابراین

$$i_L = -\frac{E_a}{L} (1 - e^{-\frac{R}{L}t_x}) + I_1 e^{-\frac{R}{L}t_x} \quad (۷-۲۶)$$

که در آن  $I_x = I - I_1$  می باشد.

با ترکیب کردن دو مدار شکل های ۷-۴ و ۷-۷، چارپ دو ربعی کلاس C مطابق شکل ۷-۸ بدست می آید. در این مدار بایستی دقت کرد که ترستورهای  $T_1$  و  $T_2$  همزمان آتش نشوند چه در اینصورت منبع تغذیه اتصال کوتاه می گردد.

همان طوری که ملاحظه می شود در مدارهای چارپ ترستوری از ترستور قابل قطع سریع به عنوان سوئیچ استفاده می شود، بنابراین جهت قطع آن بایستی از مدارهای کموتاسیون استفاده کرد. روشهای متعددی وجود دارد که بر اساس آنها می توان ترستور را خاموش کرد این روشها قبلاً در فصل چهارم توصیف گردید. بر حسب اینکه از چه روشی جهت خاموش کردن ترستور استفاده شده باشد مدارهای چارپ ترستوری مختلف، نظیر چارپ با کموتاسیون ضربه ای و غیره بدست می آید. همچنین از چارپ های dc بصورت رگولاتور در انواع مختلف جهت تبدیل ولتاژ dc تنظیم نشده به ولتاژ خروجی dc تنظیم شده استفاده می شود. جهت آشنا شدن بیشتر می توان به کتاب الکترونیک قدرت تألیف M.H.Rashid (مرجع [۵]) مراجعه کرد.



شکل ۷-۸ چارپ کلاس C

## ۷-۴ مسائل حل شده

مساله ۷-۱

چاپر dc شکل ۷-۱ الف دارای مقاومت اهمی  $R = 10 \Omega$  و ولتاژ ورودی  $V_s = 220V$  است. وقتی کلید چاپر در حالت وصل باقی می ماند افت ولت آن  $V_{ch} = 2V$  و فرکانس برش دادن  $F = 1kHz$  است. اگر سیکل کار چاپر ۵۰٪ باشد، تعیین کنید:

- (الف) مقدار متوسط ولتاژ خروجی  $V_a$  (ب) مقدار rms ولتاژ خروجی  $V_o$   
 (پ) بازده چاپر (ت) مقاومت ورودی موثر چاپر  $R_i$

حل -  $V_s = 220V$   $K = 0.5$   $R = 10 \Omega$  و  $V_{ch} = 2V$

(الف) با توجه به معادله (۷-۱) داریم،

$$V_a = 0.5 \times (220 - 2) = 109V$$

(ب) با توجه به معادله (۷-۲)

$$V_o = \sqrt{0.5} \times (220 - 2) = 154/15V$$

(پ) توان خروجی از رابطه زیر بدست می آید

$$P_o = \frac{1}{T} \int_0^{KT} \frac{v_a^2}{R} dt = \frac{1}{T} \int_0^{KT} \frac{(V_s - v_{ch})^2}{R} dt = K \frac{(V_s - v_{ch})^2}{R}$$

$$= 0.5 \times \frac{(220 - 2)^2}{10} = 2376/2 W$$

(۷-۲۷)

توان ورودی به چاپر از رابطه زیر بدست می آید

$$P_i = \frac{1}{T} \int_0^{KT} v_s i dt = \frac{1}{T} \int_0^{KT} \frac{V_s (V_s - v_{ch})}{R} dt = K \frac{V_s (V_s - v_{ch})}{R}$$

$$= 0.5 \times \frac{220 \times (220 - 2)}{10} = 2398 W$$

(۷-۲۸)

بنابراین بازده چاپر قابل محاسبه است،

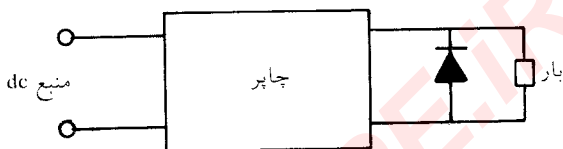
$$\text{بازده} = \frac{P_o}{P_i} = \frac{2376/2}{2398} = 99.09\%$$

(ت) با توجه به معادله (۷-۴) مقاومت موثر ورودی برابر است با

$$R_i = \frac{R}{K} = \frac{10}{0.5} = 20 \Omega$$

#### مساله ۷-۲

یک چاپر dc در فرکانس  $600 \text{ Hz}$  کار می‌کند و یک بار با مقاومت اهمی  $R = 5 \Omega$  و اندوکتانس  $L = 9 \text{ mH}$  را از یک منبع dc  $110 \text{ V}$  تغذیه می‌نماید. اگر امیدانس منبع تغذیه صفر باشد و بار مطابق شکل (۷-۹) توسط یک دیود ایده‌آل تست شده باشد، مقدار متوسط ولتاژ خروجی را در حالتی که نسبت ON/OFF (الف)  $1/1$  (ب)  $5/1$  و (پ)  $1/3$  باشد، محاسبه کنید.



شکل ۷-۹

حل -

$$T = 1/F = 1/600 = 1/600 \text{ ms}$$

$$L/R = 9/5 = 1/8 \text{ ms}$$

چون  $T$  در حدود ثابت زمانی است نمی‌توان تغییرات جریان را خطی در نظر گرفت.

$$t_1/t_2 = 1/1 = 1 \quad t_1 = t_2 \quad \text{و} \quad t_1 + t_2 = T \quad (\text{الف})$$

$$t_1 = t_2 = T/2 \quad t_1/T = \frac{1}{2} \quad \text{بنابراین}$$

با توجه به معادله (۷-۱۲) مقدار متوسط ولتاژ برابر است با

$$V_L = V_s t_1/T = 110 \times \frac{1}{2} = 55 \text{ V}$$

مقدار متوسط جریان بار عبارتند از

$$I_L = V_L/R = 55/5 = 11 \text{ A}$$

$$I_1/I_2 = 5/1 \quad I_1 = 5I_2 \quad \text{و} \quad I_1 + I_2 = T \quad (\text{ب})$$

$$I_1 + \frac{1}{5} I_1 = T \rightarrow I_1/T = 5/6$$

با توجه به معادله (۷-۱۲) مقدار متوسط ولتاژ بدست می‌آید یعنی

$$V_L = V_s I_1/T = 110 \times \frac{5}{6} = 91/67 \text{ V}$$

و مقدار متوسط جریان برابر است با

$$I_L = V_L/R = 91/67/5 = 18/33 \text{ A}$$

$$I_1/I_2 = 1/3 \quad \text{و} \quad I_2 = 3I_1 \quad \text{و} \quad I_1 + I_2 = T \quad (\text{پ})$$

$$I_1 + 3I_1 = T \rightarrow I_1/T = 1/4$$

با توجه به معادله (۷-۱۲) مقدار متوسط ولتاژ برابر است با

$$V_L = V_s I_1/T = 110 \times 1/4 = 27/5 \text{ V}$$

و مقدار متوسط جریان بار برابر است با

$$I_L = V_L/R = 27/5/5 = 5/5 \text{ A}$$