

madsage
IRan Education
Research
NETwork
(IRERNET)

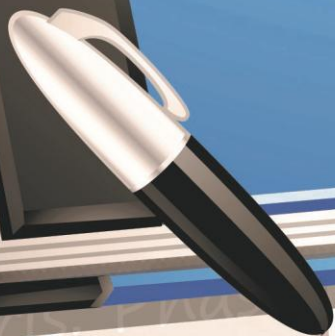
شبکه آموزشی - پژوهشی مادیج
با هدف بهبود پیشرفت علمی
و دسترسی راحت به اطلاعات
برای جامعه بزرگ علمی ایران
ایجاد شده است



مادیج

شبکه آموزشی - پژوهشی ایران

madsg.com
مادیج



Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor

To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm

دکتر حسین دیده خانی

بهار 1391

سنجش کارایی

در یک تعریف عمومی کارایی را به عنوان نسبت ستاده به داده معرفی می کنیم . اما در تعریف کلی کارایی دو رویکرد اساسی وجود دارد .

انواع کارایی : 1 (کارایی مطلق

2 (کارایی نسبی

1 (در کارایی مطلق ، کارایی یک واحد با توجه به استانداردهای موجود سنجیده می شود . بطوریکه از نسبت خروجی واحد به خروجی استاندارد به عنوان نسبت کارایی استاندارد استفاده می شود . بنابراین هرچه خروجی واحد مورد نظر به خروجی استاندارد نزدیکتر باشد ، کارایی آن واحد بالاتر خواهد بود .

اما ارزیابی کارایی با توجه به استانداردها دارای معایبی همچون عدم تطابق استاندارد با محیط سازمانی ، قابل دستیابی نبودن استاندارد و دیگر مشکلات می باشد .

2 (در کارایی نسبی ، کارایی یک واحد با توجه به کارایی واحدهای مشابه و همگن با آن سنجیده می شود بطوریکه در بین واحدهای مشابه یک

یا چند واحد به عنوان واحدهای کارا معرفی شده و کارایی بقیه واحدها به عنوان ضریبی از کارایی آن واحد کارا معرفی می شود . در این روش از هیچ استاندارد خارجی استفاده نشده و معیارهای کارایی یا همان استانداردها از بین واحدهای موجود برگزیده می شود .

مدل های سنجش کارایی

جهت سنجش کارایی دو گروه مدل اساسی وجود دارد : گروه اول (مدل های پارامتریک

گروه دوم) مدل های ناپارامتریک

گروه اول مدل های پارامتریک یا مدل های مبتنی بر روش های آماری می باشند . در این روش ها با در نظر گرفتن برخی از مفروضات آماری و استفاده از روش های برازش منحنی ، تابع تولید مربوط به مجموعه ای از مشاهدات تخمین زده می شود . سپس با استفاده از مفهوم تابع تولید ، اندازه کارایی هر واحد مشخص می شود .

تابع تولید

تابع تولید یک مفهوم اقتصادی است که نشان دهنده میزان حداکثری تولید یا خروجی به ازای مقادیر مشخصی از ورودی ها با فرض ثابت بودن بقیه پارامترها می باشد .



$$O = f(I_1, I_2)$$

(مستقل)

وابسته)

$$P_{(i)} = \max_{I=i} f(I)$$

مشاهدات	ورودی (I)	خروجی (O)	کارایی نسبی
1	100	11	11/13
2	120	15	15/15=1
3	150	20	20/23
4	150	23	23/23=1
5	100	13	13/13=1
6	100	8	8/13

$$P(I = 100) = \text{Max} \{ 11, 13, 8 \} = 13$$

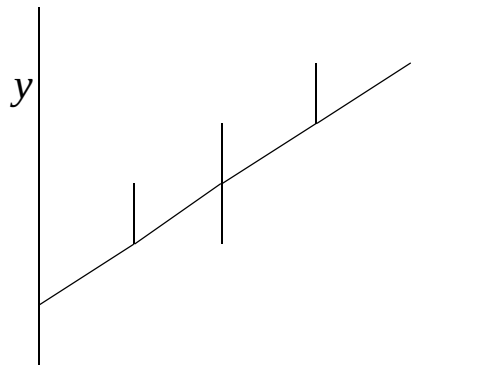
$$P(I = 120) = \text{Max} \{ 15 \} = 15$$

$$P(I = 150) = \text{Max} \{ 23, 20 \} = 23$$

با در اختیار داشتن تابع تولید می توان از آن به عنوان یک استاندارد در سنجش کارایی استفاده نمود . بدین صورت که برای بدست آوردن نسبت کارایی ، خروجی واحد را تقسیم بر مقدار تولید به ازای ورودی های آن می نمائیم .

تخمین تابع تولید

در شرایط عملی به دست آوردن تابع تولید بصورت تحلیلی بسیار دشوار و تقریباً غیر ممکن می باشد . اما می توان با کمک روش های آماری و برازش منحنی و تابع با مجموعه ای از مشاهدات یک بصورت تخمینی برازش نمود .



مشاهدات	x	y
1	x_1	y_1
2	x_2	y_2
.	.	.
.	.	.
n	x_n	y_n

x

$$y = a + bx$$

$$y'_n = a + bx_i$$

$$e_i = y_i - y'_i = y_i - a - bx'_i$$

$$TE (TotalError) = \sum_{i=1}^n e_i = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i) = \begin{cases} \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \\ \sum_{i=1}^n |y_i - a - bx_i| \end{cases}$$

$$MinTE = |y_1 - a - bx_1| + |y_2 - a - bx_2| + \dots + |y_n - a - bx_n|$$

تابع TE با وجود توابع قدرمطلق خطی نمی باشد ، زیرا یکی از مفروضات اساسی برنامه ریزی خطی فرض تناسب می باشد . فرض تناسب بیانی دارد که حاصل نسبت $\frac{F(x)}{x} = c$ می بایست مقداری ثابت باشد . اما تابع قدرمطلق

دارای این شرایط نمی باشد زیرا حاصل تقسیم $\frac{|x|}{x} = \pm 1$ می شود که مقدار ثابت نیست بنابراین می بایست با تبدیلات مناسب قدرمطلق ها را حذف نمود
 $f(x) = d^+ - d^-$

$$d^+, d^- \geq 0$$

$$d^+ * d^- = 0$$

$$MinTE = d_1^+ + d_1^- + d_2^+ + d_2^- + \dots + d_n^+ + d_n^-$$

$$s.t. \quad y_1 - a - bx_1 = d_1^+ - d_1^-$$

$$y_2 - a - bx_2 = d_2^+ - d_2^-$$

.

.

$$y_n - a - bx_n = d_n^+ - d_n^-$$

$$a + bx_1 \geq y_1$$

$$a + bx_2 \geq y_2$$

.

.

$$a + bx_n \geq y_n$$

a,b آزاد در علامت

مثال :

مشاهدات	ورودی (I)	خروجی (O)	سؤال امتحانی : مدل برنامه ریزی خطی جهت تخمین تابع تولید مشاهدات جدول مقابل را بنویسید .
1	100	11	
2	120	15	
3	150	20	

$$MinTe = d_1^+ + d_1^- + d_2^+ + d_2^- + d_3^+ + d_3^-$$

$$s.t. \quad 11 - a - 100b = d_1^+ + d_1^-$$

$$15 - a - 120b = d_2^+ + d_2^-$$

$$20 - a - 150b = d_3^+ + d_3^-$$

$$a + 100b \geq 11$$

$$a + 120b \geq 15$$

$$a + 150b \geq 20$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0$$

مثال :

مشاهدات	x	y	e_i	R_{e_i}
1	2	6	3	3/4=0.75
2	3	12	4	1
3	4	10	2.5	2.5/4=0.625
	5	12	2.4	2.4/4=0.6

$$R_{e_i} = \frac{e_i}{\max_{1 \leq i \leq n} (e_i)}$$

در کارایی نسبی به واحدهایی که دارای کارایی 1 می باشند ، واحدهای کارا گفته و در غیر اینصورت واحدهای ناکارا می گویند .

خصوصیات کارایی نسبی :

$$0 \leq R_{e_i} \leq 1 \quad (1)$$

$$R_{e_i} = 1 \quad (2) \text{ حداقل یک واحد وجود دارد}$$

گروه دوم مدل های ناپارامتری :

مبتنی بر مدل سازی ریاضی جهت سنجش کارایی نسبی واحدهای تصمیم گیری DMU (Decision Making Units) می باشد . یکی از عمومی ترین و پرکاربرد ترین این

مدل ها مدل تحلیل پوششی داده ها
(Data Envelopment Analysis) DEA می باشد .

تحلیل پوششی داده ها به عنوان یک مدل مرجع جهت اندازه گیری کارایی نسبی واحد های همگن با ورودی و خروجی های چندگانه باشند . جهت سنجش کارایی نیازمند توسعه مجموعه امکان تولید (Production Possibility Set) PPS می باشد . این مجموعه امکان تولید ، مجموعه تمامی واحدهای تصمیم گیری می باشد که تولید آنها شدنی باشد . یعنی یک واحد تصمیم گیری با بردار ورودی x قادر به تولید خروجی y باشد .

مفروضات اساسی در تشکیل مجموعه امکان تولید PPS :

اصل 1 (اصل مشمول مشاهدات :

فرض کنید می خواهید کارایی نسبی n واحد تصمیم گیری با بردارهای ورودی و خروجی $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ از آنجا که نمونه انتخابی ما شامل مشاهدات ما می باشند بنابراین تمامی آنها عضو مجموعه امکان تولید می باشند . این اصل بدیهی ترین اصل تشکیل PPS می باشد .

اصل 2 (اصل بازده به مقیاس (Return To Scal) :

به دو حالت اصلی تقسیم می شود

2-1 (ثابت (Constant Return To Scal) CRS

در این حالت اگر ورودی یک واحد را λ برابر کنیم آنگاه خروجی آن واحد نیز دقیقاً λ برابر افزایش پیدا می کند . یعنی به عبارت دیگر نسبت خروجی به ورودی ثابت می ماند .

2-2 (متغیر (Variable Return To Scal) VRS

در این حالت اگر ورودی های یک واحد را λ برابر نمائیم میزان تغییر در خروجی متفاوت با λ برابر خواهد بود .

2-2-1 (افزایشی :

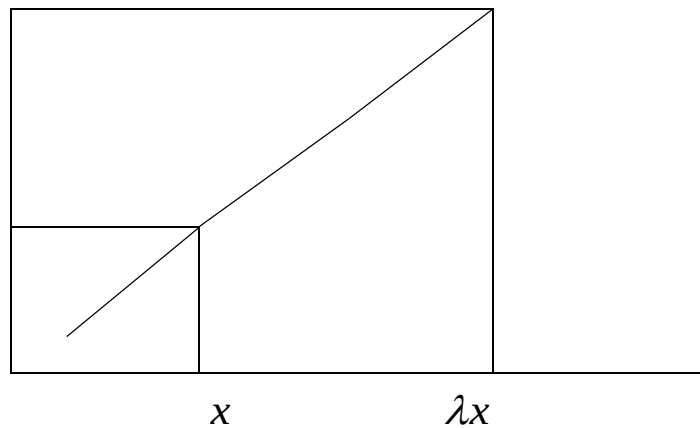
در حالت افزایشی میزان تغییر در خروجی ها بیش از λ برابر خواهد بود .

2-2-2 (کاهشی :

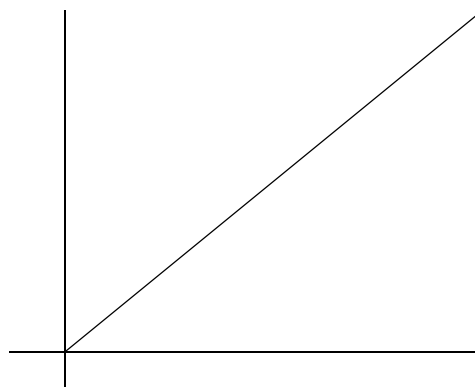
در حالت کاهشی میزان تغییر در خروجی کمتر از λ برابر خواهد بود .

در تشکیل PPS در ثبات فرض میکنیم که بازدهی به مقیاس ثابت می باشد که در این حالت به این اصل ، اصل بی کرانی اشعه گفته می شود .



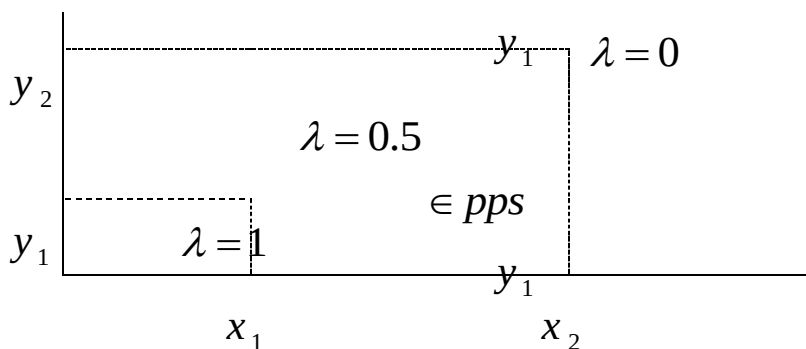


تحت CRS $(x, y) \in pps \Rightarrow (\lambda x, \lambda y) \in pps$



اصل 3 (اصل تحدب Convexity :

این اصل بیانگر این موضوع است که اگر دو واحد تصمیم گیری عضوی از مجموعه امکان تولید باشند ، آنگاه هر ترکیب محدب آنها عضوی از PPS خواهد بود .



اصل 4 (اصل امکان پذیری : $\left. \begin{matrix} \lambda(x_1, y_1) \\ (1-\lambda)(x_2, y_2) \end{matrix} \right\} \in pps \Rightarrow \lambda(x_1, y_1) + (1-\lambda)(x_2, y_2) \in pps$



این اصل بیانگر این موضوع است که اگر یک واحدی عضوی از مجموعه امکان تولید باشد ، آنگاه اگر با ثابت نگه داشتن خروجی ها مقدار ورودی را افزایش دهیم یا با ثابت نگه داشتن ورودی ها ، خروجی را کاهش دهیم همچنان عضو مجموعه امکان تولید خواهد بود .

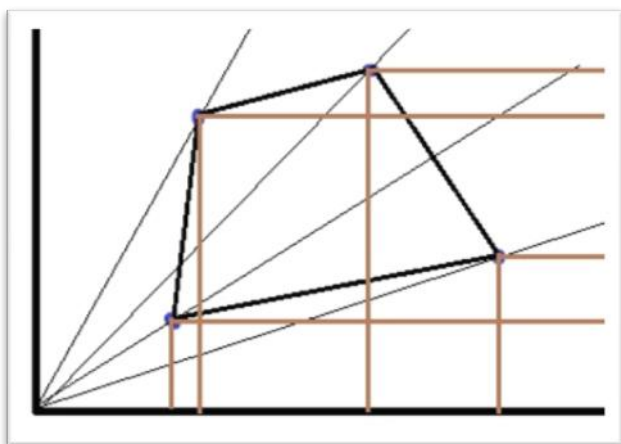
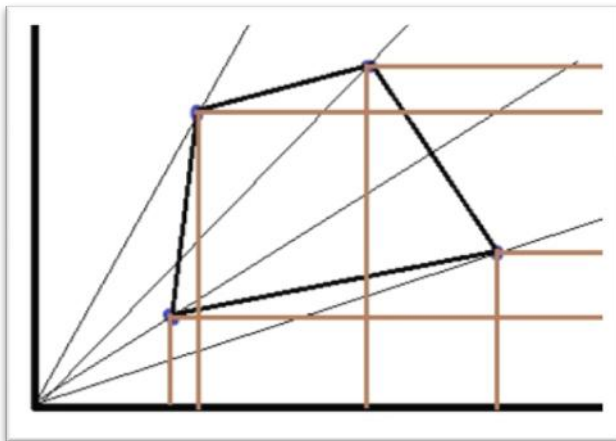
$$(x, y) \in pps \rightarrow (x', y') \in pps$$

شرایط

$$\begin{cases} x' \geq x \\ y' \leq y \end{cases}$$

اصل 5 (اصل کمینه درون یابی :

این اصل بیانگر این موضوع است که مجموعه امکان تولید کوچکترین مجموعه است که در شروط بالا صدق می نماید ، بدون داشتن این اصل ، نمی توانیم یک مجموعه امکان تولید منحصر به فرد داشته باشیم .



تعریف غلبه کارایی :

منظور از اینکه می گوئیم DMU_A بر کارایی DMU_B غلبه می کند اینست که DMU_A با داشتن ورودی های کمتر یا مساوی DMU_B خروجی های بیشتر یا مساوی نسبت به DMU_B تولید می کند .

$$\begin{cases} x_A \leq x_B \\ y_A \geq y_B \end{cases}$$

مفهوم کارایی نسبی در **DEA** :

هنگامیکه می گوئیم یک DMU کارا است یعنی هیچ واحد تصمیم گیری عضو PPS وجود ندارد که بر کارایی آن غلبه کند .

①	A
	②

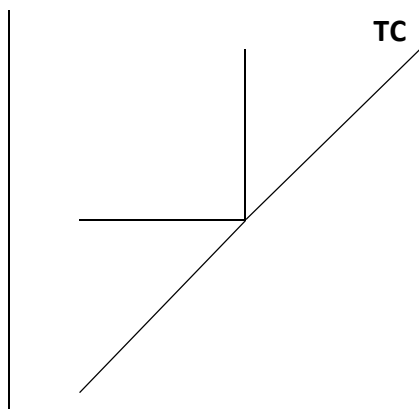
کلیه نقاط منطقه (1) بر کارایی A غلبه می کند .

کلیه نقاط منطقه (2) توسط A غلبه می شوند .

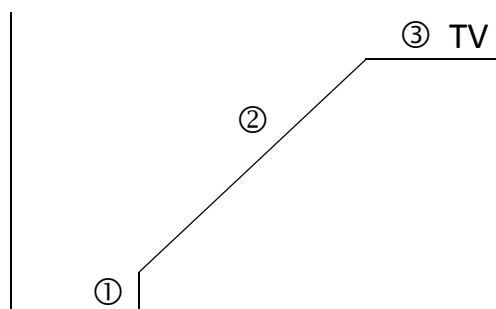
نقاط درون مجموعه PPS کارا نمی باشند .

کلیه نقاط روی مرز PPS کارا می باشند .

در حالت TC به مرز PPS مرز کارا نیز گفته می شود .



شعاعی (می باشند .
باشد .



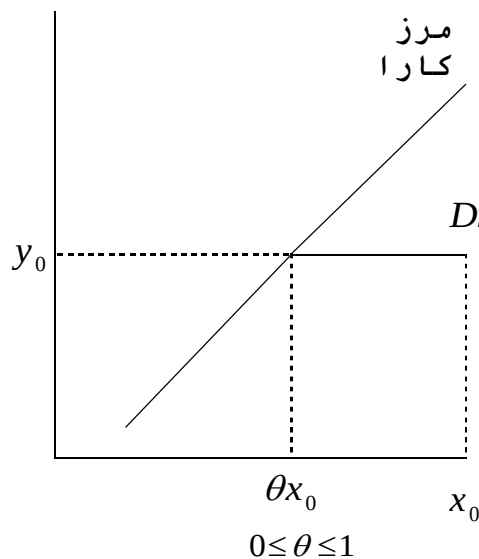
(1) و (3)
ناکارا (کارای
(2) مرز کارا می

موارد فوق تشخیص نقاط کارایی بصورت گرافیکی می باشد

*

برای تشخیص محل قرار گرفتن یک DMU به صورت تحلیلی یا ریاضی بدینصورت عمل می کنیم که با ثابت نگه داشتن خروجی آن ورودی های آنرا تا آنجا که ممکن است کاهش می دهیم . این کاهش تا آنجایی ادامه می یابد که از مجموعه نقاط عضو PPS خارج نگردد . اگر چنین کاهشی امکان پذیر باشد ، یعنی بتوانیم با ثابت نگه داشتن خروجی آن ورودی های آنرا کاهش داده و همچنان در PPS قرار داشته باشیم بیانگر این است که واحد تصمیم گیری مورد نظر درون مجموعه PPS قرار داشته و ناکارا می باشد . چون یک واحد تصمیم گیری عضو PPS قرار دارد که با خروجی های آن اما با ورودی های کمتر باشد که نشان دهنده غلبه نمودن کارایی DMU مورد نظر می باشد . اما برای کاهش ورودی ها از یک ضریب θ استفاده می کنیم ($0 \leq \theta \leq 1$) چون با ضرب یک ضریب کوچکتر از یک در ورودی های آن در حقیقت ورودی های آنرا کاهش داده ایم . بنابراین دنبال حداقل مقدار θ می باشیم .

(حداکثر میزان کاهش) به شرط آنکه واحد تصمیم گیری جدید با ورودی های θx_0 و خروجی های y_0 همچنان عضوی از مجموعه امکان تولید یا امکان PPS باشد . اما از قبل می دانیم اگر یک DMU عضوی از PPS باشد $\theta x_0 \geq \lambda_j x_j$ می بایست ضرایب λ_j وجود داشته باشد بطوریکه داشته باشیم : $y_j \leq \lambda_j y_j$ $\lambda_j \geq 0$ $0 \leq \theta \leq 1$ به این مدل C.C.R ورودی محور گفته می شود . (یک مدل L.P)



سؤال : آیا واحد Dmu_0 روی مرز کارا قرار دارد ؟

$$Tc = \{(x, y) | x \geq \sum \lambda_j x_j, y \leq \sum \lambda_j y_j, \lambda_j \geq 0\}$$

$$\text{Min } \theta$$

$$\text{s.t. } (\theta x_0, y) \in pps$$

$$\text{Min } \theta$$

$$\text{s.t.}$$

به عبارتی داریم :

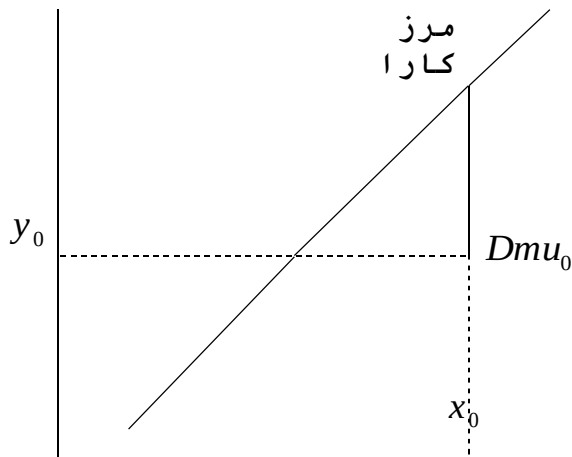
$$\theta x_0 \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j$$

$$y_0 \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j$$

$$\lambda_j \geq 0$$

$$0 \leq \theta \leq 1$$

مدل خروجی محور C.C.R به شرح ذیل می باشد :



$$\begin{aligned} & \text{Max } \varphi \\ & \text{S.t. } (x_0, \varphi y_0) \in pps \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Max } \varphi \\ & \text{S.t. } x_0 \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_j \\ & \quad \varphi y_0 \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_j \end{aligned}$$

اگر پس از حل مدل $\lambda_j \geq 0$ C.C.R ورودی محور مقدار

بهینه θ برابر یک یعنی $\theta^* = 1$ گردد ، نشان دهنده این است که هیچ مقدار کاهشی در ورودی ها با ثابت نگه داشتن خروجی ها امکان پذیر نمی باشد . یعنی واحد تحت ارزیابی بر روی مرز کارا قرار داشته است و دارای کارایی 1 یا 100% می باشد . اما اگر $\theta^* \leq 1$ باشد ، نشان دهنده این است که می توان با ثابت نگه داشتن خروجی ها مقدار مقدار ورودی ها را به میزان $100\%(1-\theta)$ کاهش داد . بنابراین واحد تحت امر ارزیابی بر روی مرز قرار نداشته و ناکارا می باشد . $100\% * \theta^*$ نشان دهنده اندازه کارایی واحد می باشد که در حالت ناکارایی این اندازه از 100 کمتر خواهد بود و می بایست برای رسیدن به کارایی ورودی ها را به میزان $100\%(1-\theta)$ کاهش داد (با فرض ثابت نگه داشتن خروجی ها) .

مثال : در چهار درمانگاه تعداد پزشک و پرستار و ترخیص بیماران به شرح جدول ذیل می باشد . مدل های C.C.R ورودی محور و خروجی محور را برای ارزیابی کارایی درمانگاه ها بنویسید .

درمانگاه	تعداد پرستار	تعداد پزشک	تعداد ترخیص	
1	15	2	55	λ_1
2	20	3	67	λ_2
3	25	4	90	λ_3
4	15	3	60	λ_4

مدل خروجی محور مدل ورودی محور

 $Min\theta$
$$\text{Max } \varphi$$

$$s.t \quad 15\theta \geq 15\lambda_1 + 20\lambda_2 + 25\lambda_3 + 15\lambda_4$$

$$s.t \quad 15 \geq 15\lambda_1 + 20\lambda_2 + 25\lambda_3 + 15\lambda_4$$

$$2\theta \geq 2\lambda_1 + 3\lambda_2 + 4\lambda_3 + 3\lambda_4$$

$$2 \geq 2\lambda_1 + 3\lambda_2 + 4\lambda_3 + 3\lambda_4$$

$$55 \leq 55\lambda_1 + 67\lambda_2 + 90\lambda_3 + 60\lambda_4$$

$$55\varphi \leq 55\lambda_1 + 67\lambda_2 + 90\lambda_3 + 60\lambda_4$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

$$Min \theta^{\lambda}$$
$$\text{Max } \varphi^*$$
 $s.t$ st

$$20\theta \geq 15\lambda_1 + 20\lambda_2 + 25\lambda_3 + 15\lambda_4$$

$$20 \geq 15\lambda_1 + 20\lambda_2 + 25\lambda_3 + 15\lambda_4$$

$$3\theta \geq 2\lambda_1 + 3\lambda_2 + 4\lambda_3 + 3\lambda_4$$

$$3 \geq 2\lambda_1 + 3\lambda_2 + 4\lambda_3 + 3\lambda_4$$

$$67 \leq 55\lambda_1 + 67\lambda_2 + 90\lambda_3 + 60\lambda_4$$

$$67\varphi \leq 55\lambda_1 + 67\lambda_2 + 90\lambda_3 + 60\lambda_4$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

$$Min \theta^{\lambda}$$
$$\text{Max } \varphi^*$$
 St st

$$25\theta \geq 15\lambda_1 + 20\lambda_2 + 25\lambda_3 + 15\lambda_4$$

$$25 \geq 15\lambda_1 + 20\lambda_2 + 25\lambda_3 + 15\lambda_4$$

$$4\theta \geq 2\lambda_1 + 3\lambda_2 + 4\lambda_3 + 3\lambda_4$$

$$4 \geq 2\lambda_1 + 3\lambda_2 + 4\lambda_3 + 3\lambda_4$$

$$90 \leq 55\lambda_1 + 67\lambda_2 + 90\lambda_3 + 60\lambda_4$$

$$90\varphi \leq 55\lambda_1 + 67\lambda_2 + 90\lambda_3 + 60\lambda_4$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

$$Min \theta^*$$
$$\text{Max } \varphi^*$$
 $s.t$ St

قضیه $15\lambda_4 + 15\lambda_3 + 20\lambda_2 + 15\lambda_1 \geq 15\theta$ می باشد .

اگر بته انکم حد اوله کی $3 \geq 2I_1 + 3I_2 + 4I_3 + 3I_4$ پیدا کنیم قضیه اثباتی منتهی می شود $3\theta \geq 2I_1 + 3I_2 + 4I_3 + 3I_4$

جواب 60 λ_4 و 90 λ_3 و 67 λ_2 و 55 λ_1 و 60 λ_0 باشد :

$$S = (\theta \leq 1, \lambda_1 = 1, \forall \lambda_i \geq 0) + 90\lambda_3 + 60\lambda_4$$

تو $5.5 \leq \lambda_1 \leq 60$ است.

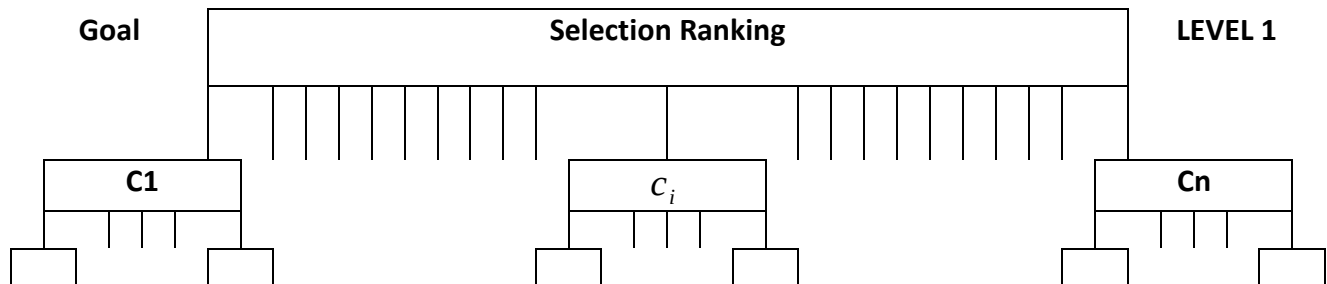
$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0$$

قضیه : مقدار بهینه مدل C.C.R همواره کوچکتر مساوی یک می باشد . (یعنی $\theta^* \leq 1$)

محیط های تصمیم گیری چند معیاره :

Multiple Decision Making (MCDM)



تحلیل سلسله مراتبی :

Analytic Hierarchy Process (AHP)

برای تحلیل سلسله مراتبی نیازمند گام های زیر می باشیم :

گام اول : شناسایی و طبقه بندی معیارهای مؤثر بر تصمیم گیری

گام دوم : بدست آوردن وزن نسبی معیارها و زیر معیارها

Pairwise برای بدست آوردن وزن معیارها از ماتریس مقایسات وزنی (**Comparison Matrix**) استفاده می شود .

$$\begin{matrix} c_1 \\ c_i \\ c_n \end{matrix} \begin{pmatrix} c_1 & c_j & c_n \\ \vdots & a_{ij} & \vdots \\ \dots\dots\dots \end{pmatrix}$$

ارجحیت بالاتر

9

1

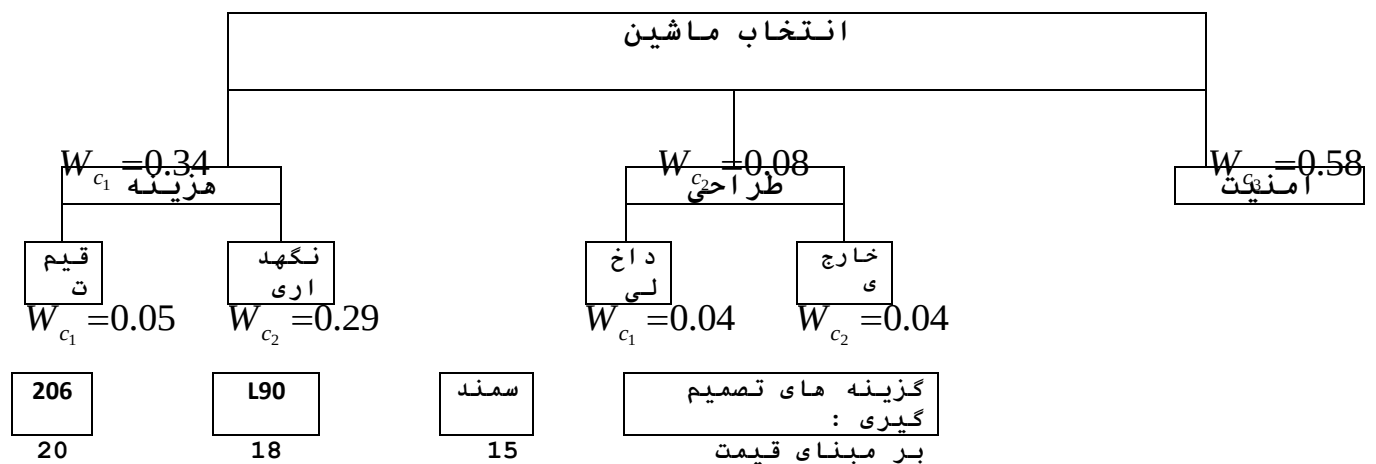
ارجحیت برابر

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \quad \text{تعداد مقایسه دوتایی}$$

مؤلفه ماتریس خاصیت معکوس دارند .

$$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}$$

مثال : برای انتخاب یک اتومبیل سه معیار اصلی هزینه ، طراحی و امنیت داریم و برای هزینه زیر معیارهای قیمت و نگهداری و زیر معیارهای طراحی ، داخلی و خارجی می باشد



وزن C_1 (هزینه) به C_2 (طراحی) برابر 5

وزن C_2 (طراحی) به C_1 (هزینه) برابر 2
 وزن C_1 (هزینه) به C_3 (امنیت) برابر 1/8
 وزن C_3 (امنیت) به C_1 (هزینه) برابر 1/2

وزن C_2 (طراحی) به C_3 (امنیت) برابر 1/8

وزن C_3 (امنیت) به C_2 (طراحی) برابر 8

روش مجموع سطری (برای به دست آوردن وزن نسبی هر معیار) :

در این روش ابتدا مجموع عناصر هر سطر ماتریس را محاسبه می نمائیم سپس مجموع هر سطر را تقسیم بر جمع کل سطرها می کنیم . عدد حاصل نشان دهنده وزن نسبی هر معیار می باشد .

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 1/2 \\ 1/5 & 1 & 1/8 \\ 2 & 8 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 6.5 \\ 1.62 \\ 11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 6.5/19.12 \\ 1.62/19.12 \\ 11/19.12 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0.34 \\ 0.08 \\ 0.58 \end{pmatrix}$$

برای زیرمعیارهای هزینه می خواهیم وزن آنها را محاسبه کنیم :

وزن C_1 (قیمت) به C_2 (هزینه نگهداری) برابر 1/6
 وزن C_2 (هزینه نگهداری) به C_1 (قیمت) برابر 6

$$\begin{pmatrix} 1 & 1/6 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1.17 \\ 7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1.17/8.17 \\ 7/8.17 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0.14 \\ 0.86 \end{pmatrix} \xrightarrow[*0.34]{*0.34} \begin{pmatrix} 0.05 \\ 0.29 \end{pmatrix}$$

برای زیرمعیارهای طراحی می خواهیم وزن آنها را محاسبه کنیم :

$$\begin{matrix} \text{وزن C1 (بیرونی) به C2 (داخلی) برابر 1} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{وزن C2 (داخلی) به C1 (بیرونی) برابر 1} \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}}_4 \rightarrow \begin{pmatrix} 2/4 \\ 2/4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \xrightarrow[*0.08]{*0.08} \begin{pmatrix} 0.04 \\ 0.04 \end{pmatrix}$$

ارزیابی گزینه ها نسبت به معیارهای تصمیم بر مبنای قیمت :

$$\begin{matrix} 206(20\$) & \begin{pmatrix} 1 & 18/20 & 15/20 \\ 20/18 & 1 & 15/18 \\ 20/15 & 18/15 & 1 \end{pmatrix} & \rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 2.65 \\ 2.95 \\ 2.53 \end{pmatrix}}_{8.13} & \rightarrow \begin{pmatrix} 2.65/8.13 \\ 2.95/8.13 \\ 2.53/8.13 \end{pmatrix} & \rightarrow \begin{pmatrix} 0.33 \\ 0.36 \\ 0.31 \end{pmatrix} \\ L90(18\$) & & & & \\ Samand (15\$) & & & & \end{matrix}$$

ارجحیت قیمت زمانی که قیمت آن کمتر باشد ، بیشتر است .

ارزیابی گزینه ها نسبت به معیارهای تصمیم بر مبنای هزینه نگهداری :

$$\begin{matrix} 206(100\$) & \begin{pmatrix} 1 & 70/100 & 50/100 \\ 100/70 & 1 & 50/70 \\ 100/50 & 70/50 & 1 \end{pmatrix} & \rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 2.2 \\ 3.14 \\ 4.4 \end{pmatrix}}_{9.74} & \rightarrow \begin{pmatrix} 2.2/9.74 \\ 3.14/9.74 \\ 4.4/9.74 \end{pmatrix} & \rightarrow \begin{pmatrix} 0.23 \\ 0.32 \\ 0.45 \end{pmatrix} \\ L90(70\$) & & & & \\ Samand (50\$) & & & & \end{matrix}$$

ارزیابی گزینه ها نسبت به معیارهای تصمیم بر مبنای طراحی داخلی :

$$\begin{matrix} 206 & \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 1/5 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 2 & 1 \end{pmatrix} & \rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 8 \\ 1.7 \\ 3.5 \end{pmatrix}}_{13.2} & \rightarrow \begin{pmatrix} 8/13.2 \\ 1.7/13.2 \\ 3.5/13.2 \end{pmatrix} & \rightarrow \begin{pmatrix} 0.61 \\ 0.13 \\ 0.26 \end{pmatrix} \\ L90 & & & & \\ Samand & & & & \end{matrix}$$

ارزیابی گزینه ها نسبت به معیارهای تصمیم بر مبنای طراحی خارجی :

$$\begin{matrix} 206 & \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 1/4 & 1 & 1/2 \\ 1/3 & 2 & 1 \end{pmatrix} & \rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 8 \\ 1.75 \\ 3.33 \end{pmatrix}}_{13.08} & \rightarrow \begin{pmatrix} 8/13.08 \\ 1.75/13.08 \\ 3.33/13.08 \end{pmatrix} & \rightarrow \begin{pmatrix} 0.61 \\ 0.13 \\ 0.26 \end{pmatrix} \\ L90 & & & & \\ Samand & & & & \end{matrix}$$

ارزیابی گزینه ها نسبت به معیارهای تصمیم بر مبنای امنیت :

$$R_i = \sum (\text{رتبه گزینه نسبت به آن زیربنا}) * (\text{وزن نهایی زیربنا})$$

$$R_{206} = 0.33 \times 0.05 + 0.23 \times 0.29 + 0.61 \times 0.04 + 0.61 \times 0.04 + 0.45 \times 0.58 \\ = 0.0165 + 0.0667 + 0.0244 + 0.0244 + 0.261 = 0.393$$

$$R_{L90} = 0.36 \times 0.05 + 0.32 \times 0.29 + 0.13 \times 0.04 + 0.13 \times 0.04 + 0.24 \times 0.58 \\ = 0.018 + 0.0928 + 0.0052 + 0.0052 + 0.1392 = 0.2604$$

$$R_{Samand} = 0.31 \times 0.05 + 0.45 \times 0.29 + 0.26 \times 0.04 + 0.26 \times 0.04 + 0.31 \times 0.58 \\ = 0.0155 + 0.1305 + 0.0104 + 0.0104 + 0.1798 = 0.3466$$

ماتریس سازگار :

ماتریس مقایسات زوجی A را سازگار می نامیم هرگاه داشته باشیم :

$$\forall i, j, k \quad a_{ij} \times a_{jk} = a_{ik}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 1/6 & 1 & 1/2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{ماتریس سازگار} \quad \left. \begin{matrix} a_{13} = 3 \\ a_{32} = 2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \overset{3}{a_{13}} \times \overset{2}{a_{32}} = \overset{6}{a_{12}} = 6$$

محاسبه نرخ ناسازگاری یک ماتریس :

گام اول : محاسبه بردار وزن با استفاده از روش قبلی

$$\begin{pmatrix} 1 & \boxed{3} & 3 \\ \boxed{1/3} & 1 & 1/2 \\ 1/3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ 1.83 \\ 3.33 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 7/12.16 \\ 1.83/12.16 \\ 3.33/12.16 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0.58 \\ 0.15 \\ 0.27 \end{pmatrix}$$

نکته : اگر یک ماتریس زوجی سازگار کامل باشد $\lambda_{\max} = n$ داریم :

گام دوم : تخمین بزرگترین مقدار ویژه ماتریس $\lambda_{\max}$

$$AW = \lambda_{\max} W$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 1/3 & 1 & 1/2 \\ 1/3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.58 \\ 0.15 \\ 0.27 \end{pmatrix} = \lambda_{\max} \begin{pmatrix} 0.58 \\ 0.15 \\ 0.27 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1.84 \\ 0.48 \\ 0.76 \end{pmatrix} = \lambda_{\max} \begin{pmatrix} 0.58 \\ 0.15 \\ 0.27 \end{pmatrix}$$

معیارها گزینه ها		C_1	C_2	000	C_j	000	C_n
206	A_1	 امتیاز گزینه i ام نسبت به معیار j ام					
L90	A_2						
	$\vdots$						
i	A_i						
	$\vdots$						
Samand	A_m						

مثال :

معیارها گزینه ها		کمی قیمت	کیفی زیبایی	کیفی امنیت	کمی مصرف بنزین
206	A_1	17	6	6	6
Pershia	A_2	20	8	8	10

1 (مطلوب (+) : هرچه مقدار بالاتر باشد مطلوبیت

بیشتر می باشد . مانند درآمد ، زیبایی ، امنیت و ...
معیار

2 (نامطلوب (-) : هرچه مقدار کمتر باشد مطلوبیت بیشتر

می باشد . مانند هزینه و ...

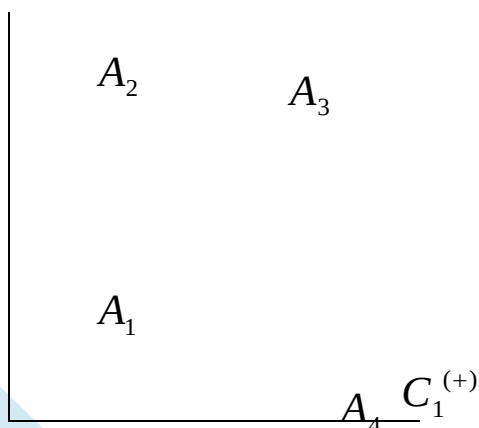
1 (کمی : به صورت دقیق قابل اندازه گیری می باشد .

مانند سن ، قد ، وزن و ...
معیار

2 (کیفی : به صورت کیفی و با استفاده از واژه های

زبانی قابل اندازه گیری می باشد .

$C_2^{(+)}$



پارتو بهینه :

در مسائل تصمیم گیری چند معیاره مفهوم بهینگی متفاوت با بهینگی تک متغیره می باشد . در اینجا از مفهوم پارتو بهینه استفاده می شود . یک گزینه را پارتو بهینه می نامیم اگر هیچ گزینه دیگری وجود نداشته باشد که در تمامی معیارها دارای امتیازات بهتری نسبت به آن گزینه باشد .

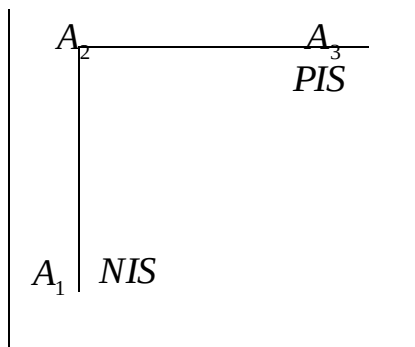
گزینه هایی که دارای بهترین امتیاز (منحصر به فرد) در یک معیار خاص می باشند ، آن گزینه پارتو بهینه خواهد بود .

نقطه ایده آل مثبت

PIS (Positive Ideal Solution)

نقطه ایده آل منفی

NIS (Negative Ideal Solution)



در روش Topsis ابتدا نقاط ایده آل مثبت و منفی را با استفاده از اطلاعات گزینه های موجود بدست می آوریم ، سپس با استفاده از این منطق که هر چه گزینه ای به نقطه ایده آل مثبت نزدیکتر و از نقطه ایده آل منفی دورتر باشد ، مطلوبیت بهتری را دارا می باشد . این فاصله ها را محاسبه نموده و امتیاز نهایی هر گزینه را محاسبه می کنیم .

الگوریتم روش Topsis :

گام اول : نرمال سازی ماتریس تصمیم گیری :

در این بخش امتیازات نرمال شده را با استفاده از رابطه زیر به دست می آوریم .

$$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m a_{ij}^2}}$$

معیارها	(+) (+) تحصیلات	(+) (+) سابقه کاری	(-) (-) سن	(+) (+) هوش میجانی	W_1 0/3	W_2 0/2	W_3 0/15	W_4 0/35
گزینه ها								
A_1	7	77	40	50	$\frac{7}{8.6}=0.81$	$\frac{7}{12.2}=0.57$	$\frac{40}{68}=0.59$	$\frac{50}{86}=0.58$

A_2	5	10	55	70	$\frac{5}{8.6}=0.58$	$\frac{10}{12.2}=0.82$	$\frac{55}{68}=0.81$	$\frac{70}{86}=0.81$
	1	2	3	4				

$$1 \rightarrow \sqrt{49+25} = 8.6$$

$$2 \rightarrow \sqrt{49+100} = 12.2$$

$$3 \rightarrow \sqrt{1600+3025} = 68$$

$$4 \rightarrow \sqrt{2500+4900} = 86$$

گام دوم : بدست آوردن ماتریس نرمال شده وزن دار

بدین منظور وزن نسبی هر معیار را در امتیازات مربوط به آن معیار ضرب می کنیم .

معیارها \ گزینه ها	(+) تحصیلات	(+) سابقه کاری	(-) سن	(+) هوش هیجانی	$v_{ij} = n_{ij} \times w_j$
A_1	0.24	0.11	0.09	0.2	
A_2	0.17	0.16	0.12	0.28	

گام سوم : بدست آوردن نقاط ایده آل مثبت و منفی

$$Pis = (\underbrace{Max V_{ij}}_{j(+)}, \underbrace{Min V_{ij}}_{j(-)}) = (0.24, 0.16, 0.09, 0.28)$$

$$Nis = (\underbrace{Min V_{ij}}_{j(+)}, \underbrace{Max V_{ij}}_{j(-)}) = (0.17, 0.11, 0.12, 0.2)$$

گام چهارم : بدست آوردن فاصله نقاط از Pis و Nis

$$d_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - Pis)^2}$$

$$d_1^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{1j} - Pis)^2} = \sqrt{(0.24-0.24)^2 + (0.11-0.16)^2 + (0.09-0.09)^2 + (0.2-0.28)^2}$$

$$= \sqrt{0+0.0025+0+0.0064} = 0.094$$

$$d_1^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{1j} - Nis)^2} = \sqrt{(0.24-0.17)^2 + (0.11-0.11)^2 + (0.09-0.12)^2 + (0.2-0.2)^2}$$

$$= \sqrt{0.0049+0+0.0009} = 0.076$$

$$d_2^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{2j} - Pis)^2} = \sqrt{(0.17-0.24)^2 + (0.16-0.16)^2 + (0.12-0.09)^2 + (0.28-0.28)^2}$$

Nis از i ام

فاصله گزینه

گام نهایی : بدست آوردن امتیازهای نهایی هر گزینه

امتیاز نهایی هر گزینه به صورت فرمول زیر محاسبه می گردد . بنابراین هر چه گزینه دارای عدد بزرگتری باشد ، دارای گزینه برتر انتخاب می گردد .

$$C_i = \frac{d_i^+}{d_i^- + d_i^+}$$

$$C_1 = \frac{d_1^+}{d_1^- + d_1^+} = \frac{0.094}{0.076 + 0.094} = \frac{0.094}{0.17} = 0.55$$

$$C_2 = \frac{d_2^+}{d_2^- + d_2^+} = \frac{0.076}{0.094 + 0.076} = \frac{0.076}{0.17} = 0.45$$

بنابراین گزینه اول یعنی A_1 گزینه برتر برای انتخاب می باشد

MODM (Multiple Objective Decision Making)

تصمیم گیری چند هدفه

برای مثال اهداف و آرمانهای زیر را داریم و بر مبنای آن می خواهیم برنامه ریزی آرمانی انجام دهیم .

هدف	آرمان
نرخ رشد اقتصادی	$\geq 10\%$
نرخ بیکاری	$\leq 5\%$
نرخ تولیدات علمی	$\geq 20\%$
نرخ دلار	$= 12500$
تراز مبادلات خارجی	$\geq 10.000.000.000$

برنامه ریزی آرمانی :

$$x_1, \dots, x_n$$

اهداف

$$\left. \begin{array}{l} g_1(x_1, \dots, x_n) = G_1 \\ g_2(x_1, \dots, x_n) = G_2 \\ \vdots \end{array} \right\} \text{آرمانها}$$

چه برنامه ای می توانیم با توجه به A و b بنویسیم که d_k را به دست آوریم .
آرمانها برسیم .

$$S.t$$

برای این منظور میزان انحراف هدف K ام را از آرمان G_k محاسبه می کنیم .

سپس مجموع انحرافات SD(Sum of Deviation) را با استفاده از رابطه زیر به دست می آوریم :

$$SD = \sum_{i=1}^k |g_i(x_1, \dots, x_n) - G_i|$$

سپس هدف اصلی ما Min کردن مجموع انحرافات می باشد چونکه انحرافات ، عنصری نامطلوب بوده و باید به دنبال Min کردن آن باشیم .

$$MinSD = \sum_{i=1}^k |g_i(x_1, \dots, x_n) - G_i|$$

با این شرایط توانستیم رویکرد چند هدفه را به یک برنامه ریزی تک هدفه تبدیل کنیم .
 $S.t.$

$$|f(x)| = d^+ + d^-$$

$$s.t. \quad f(x) = d^+ - d^-$$

$$d^+, d^- \geq 0$$

$$d^+ \times d^- = 0$$

$$MinSD = \sum_{i=1}^k |g_i(x_1, \dots, x_n) - G_i| = \overbrace{g_1 - G_1}^{d_1^+ + d_1^-} + \dots + \overbrace{g_k - G_k}^{d_k^+ + d_k^-}$$

$$MinSD = d_1^+ + d_1^- + \dots + d_k^+ + d_k^-$$

$S.t.$

$$|g_1 - G_1| = d_1^+ - d_1^-$$

$\vdots$

$$|g_k - G_k| = d_k^+ - d_k^-$$

$$d_k^+, d_k^- \geq 0$$

مثال :

گزینه ها	ارزش فعلی خالص Npv	سرمایه اولیه C	مطلوبیت فنی V
A ₁	10	2	5
A ₂	15	7	6
A ₃	25	12	7

با توجه به مقادیر جدول
مقابل می بایست

به میزان مجموع حداقل
واحدی Npv و

مجموع حداقل 12 واحدی مطلوبیت فنی

دست پیدا کنیم ، همچنین سرمایه اولیه شرکت نیز 19 واحد می باشد . حال شرکت کدام یک از پروژه ها را اجرا نماید مدل برنامه ریزی آرمانی آنرا نوشته و سپس آنرا به یک مدل LP تبدیل نمائید .

$$x_i = \begin{cases} 0 & \text{انتخاب نشود} \\ 1 & \text{انتخاب شود} \end{cases}$$

x_i را پروژه ها نام گذاری می کنیم .

$$10x_1 + 15x_2 + 25x_3 \geq 35 \rightarrow \overbrace{|10x_1 + 15x_2 + 25x_3 - 35|}^{d_1^+ + d_1^-} \quad \text{Npv}$$

$$5x_1 + 6x_2 + 7x_3 \geq 12 \rightarrow \overbrace{|5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - 12|}^{d_2^+ + d_2^-} \quad \text{مطلوبیت فنی}$$

$$S.t. \quad 2x_1 + 7x_2 + 12x_3 \leq 19$$

$$x_1, x_2, x_3 = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad \text{MinSD} = \boxed{d_1^+} + d_1^- + \boxed{d_2^+} + d_2^- \quad \text{* اگر هدف به صورت } \geq \text{ باشد } d^+ \text{ از تابع}$$

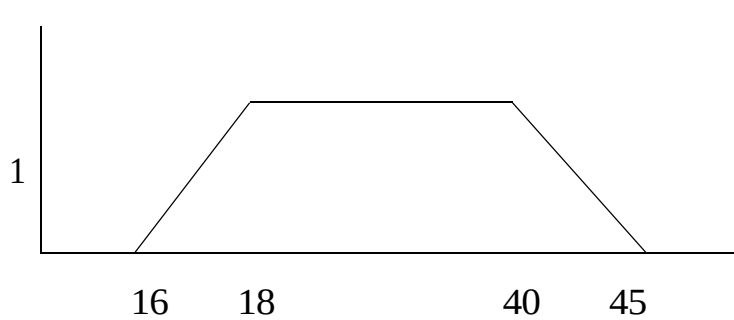
$$S.t. \quad 2x_1 + 7x_2 + 12x_3 \leq 19 \quad \text{هدف حذف می شود .}$$

$$|10x_1 + 15x_2 + 25x_3 - 35| = d_1^+ - d_1^- \quad \text{* اگر هدف به صورت } \leq \text{ باشد } d^- \text{ از تابع}$$

$$|5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - 12| = d_2^+ - d_2^- \quad \text{هدف حذف می شود .}$$

$$d_k^+ - d_k^- \geq 0$$

$$x_1, x_2, x_3 = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

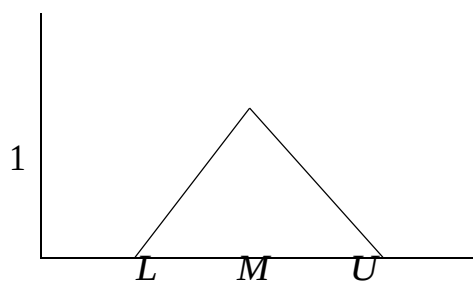


نشان دهنده $\mu_A(x)$
درجه عضویت یک عنصر در
مجموعه فازی A می باشد .

$$\mu_A(x) : \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$$

انواع توابع عضویت : **Membership Function**

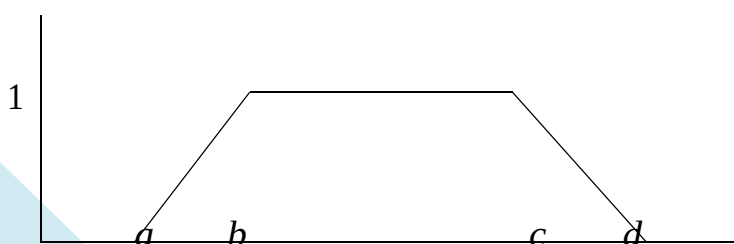
1 (تابع عضویت مثلثی : **Triangular Function**



$$= (L, M, U)$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x = M \\ \frac{x-L}{M-L} & L \leq x < M \\ 1 - \frac{x-M}{U-M} & M < x \leq U \\ 0 & \text{OW} \end{cases}$$

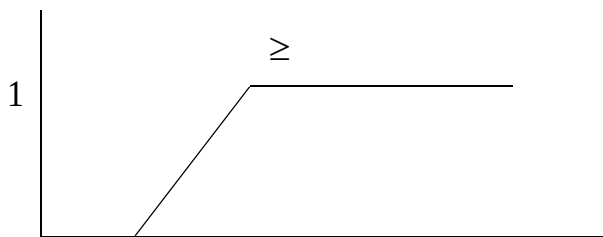
2 (تابع عضویت ذوزنقه ای :



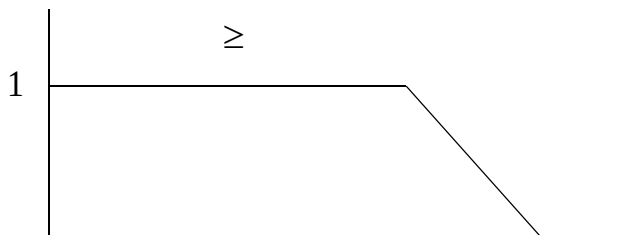
$$\mu_{A(x)} = \begin{cases} 1 & b \leq x \leq c \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ 1 - \frac{x-c}{d-c} & c < x \leq d \\ 0 & OW \end{cases}$$

Fuzzy Goal Programing (F . G . P)

عوامل مطلوب



عوامل نامطلوب



بایگاه قواعد (Rule Based System) :



$$\text{If } x_1, x_2, \dots, x_n \xrightarrow{\text{then}} y = ?$$

برنامه ریزی آرمانی فازی (Fuzzy Goal Programing (F . G . P) :

در برنامه ریزی آرمانی فازی اهداف تقریباً کوچکتر مساوی یا تقریباً مساوی و یا تقریباً بزرگتر مساوی آرمان می باشد که به شکل زیر نشان داده می شوند .

$$g_1(x_1, \dots, x_n) \begin{cases} \lesssim \\ \cong \\ \gtrsim \end{cases} G$$

در مثال قبل می توان بیان کرد Npv تقریباً بالاتر از 32 و همچنین مطلوبیت فنی تقریباً بالاتر از 12 باشد

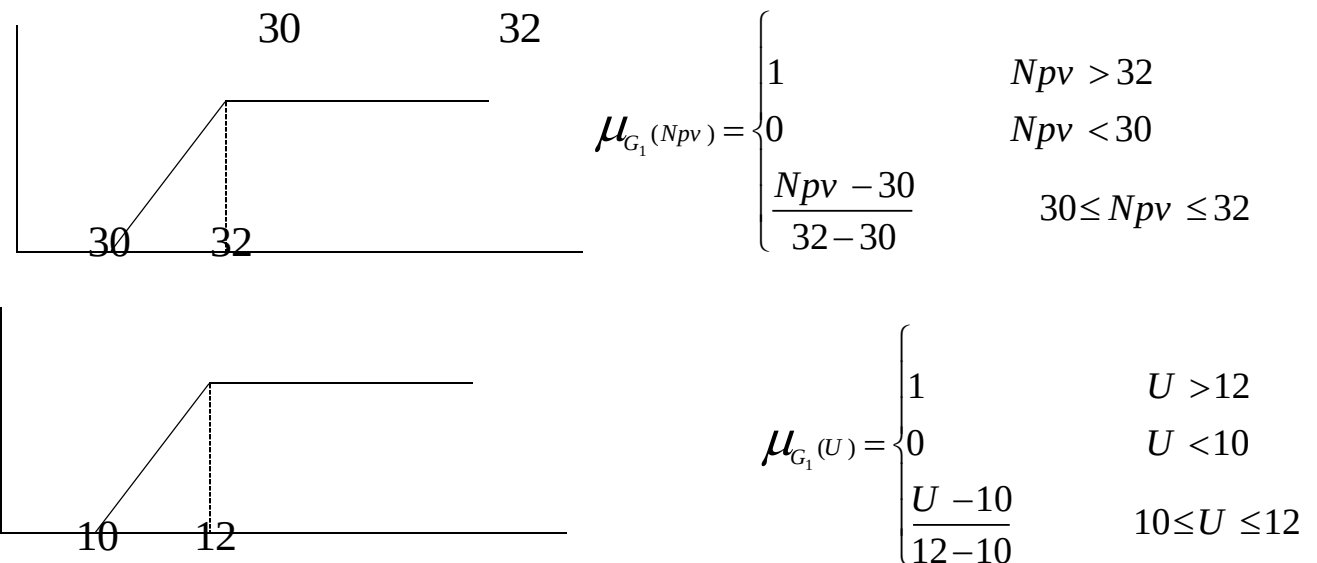
پس در تابع هدف مان داریم :

$$Npv \geq 32$$

$$u \geq 12$$

$$S.t. \quad 4x_1 + 2x_2 + 12x_3 \leq 16$$

$$x_1, x_2, x_3 = \begin{cases} 0 \end{cases}$$



اشتراک اعضای مجموعه هایی که قطعیت دارند مانند مثال زیر می باشد .

$A = \{ \text{علی , حسین , حسن} \}$ مجموعه افراد جوان

$A = \{ \text{حسن , حسین} \}$ مجموعه افراد قد بلند

$A \cap B = \{ \text{حسن , حسین} \}$ مجموعه افراد جوان قد بلند

حالا به بررسی اشتراک اعضای مجموعه هایی که عضویت آنها در مجموعه مورد نظر با قطعیت نبوده و با درجه عضویت ، عضویت آنها در مجموعه بیان می شود ، می پردازیم .

مجموعه $\tilde{A}$ افراد جوان $= \{ \frac{\text{حسن}}{0.7} , \frac{\text{حسین}}{0.5} , \frac{\text{علی}}{1} \}$

$A = \{ \frac{\text{حسن}}{0.2} , \frac{\text{حسین}}{0.9} \}$ مجموعه افراد قد بلند

$A \cap B = \{ \frac{\text{حسن}}{\min(0.7, 0.2) \text{ or } (0.7 * 0.2)} , \frac{\text{حسین}}{\min(0.5, 0.9) \text{ or } (0.5 * 0.9)} \}$ قد بلند

اگر اهداف خاصیت جبرانی داشته باشند می توانیم از ضرب استفاده کنیم .

اگر اهداف خاصیت جبرانی نداشته باشند می توانیم از Min استفاده کنیم .

و بسته به ذات محیط تصمیم گیری می کنیم که از ضرب یا Min استفاده کنیم

$$\mu_{\bar{D}} = \text{Min}\{\mu_{\bar{G}_1}, \mu_{\bar{G}_2}\} = \text{Min}\left\{\frac{Nvp - 30}{2}, \frac{U - 10}{2}\right\}$$

$$\text{Max}\left\{\text{Min}\left\{\frac{Nvp - 30}{2}, \frac{U - 10}{2}\right\}\right\}$$

$$S.t. \quad 2x_1 + 7x_2 + 12x_3 \leq 19$$

$$x_1, x_2, x_3 = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$\text{Max}\left\{\text{Min}\left\{\overbrace{\frac{10x_1 + 15x_2 + 25x_3 - 30}{2}}^{Z_1}, \overbrace{\frac{5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - 10}{2}}^{Z_2}\right\}\right\}$$

$$S.t. \quad 2x_1 + 7x_2 + 12x_3 \leq 19$$

$$x_1, x_2, x_3 = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

که با روابط مقابل به یک مدل برنامه ریزی

خطی تبدیل می شود .

$$S.t. \quad Z \leq Z_1 = \frac{10x_1 + 15x_2 + 25x_3 - 30}{2}$$

$$Z \leq Z_2 = \frac{5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - 10}{2}$$

$$2x_1 + 7x_2 + 12x_3 \leq 19$$

$$x_1, x_2, x_3 = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

مادسیج

شبکه آموزشی - پژوهشی ایران



مادسیج، پنجره ای به یادگیری نوین

مادسیج مخفف کلمه madsage به معنای شیفته دانایی و در مفهوم بومی به معنای دهکده علم و دانش ایران می باشد. در این مفهوم اشاره به دو کلمه سیج (یکی از روستاهای زیبای کشورمان) و ماد (یکی از اولین اقوام ایران) می باشد.

شبکه آموزشی - پژوهشی مادسیج (IRESNET) با هدف بهبود پیشرفت علمی و دسترسی هرچه راحت تر جامعه بزرگ علمی ایران، در فضای مجازی ایجاد شده است. هسته اولیه مادسیج از طرح پایان نامه کارشناسی ارشد جناب آقای رضا محمودی دانش آموخته رشته مدیریت آموزشی دانشگاه تهران که با راهنمایی استاد گرانقدر جناب آقای دکتر عبادی معاون دانشگاه مجازی مهر البرز می باشد، بر گرفته شده است.

IRan Education & Research NETWORK



Edited with the demo version of
Infix Pro PDF Editor

To remove this notice, visit:
www.iceni.com/unlock.htm